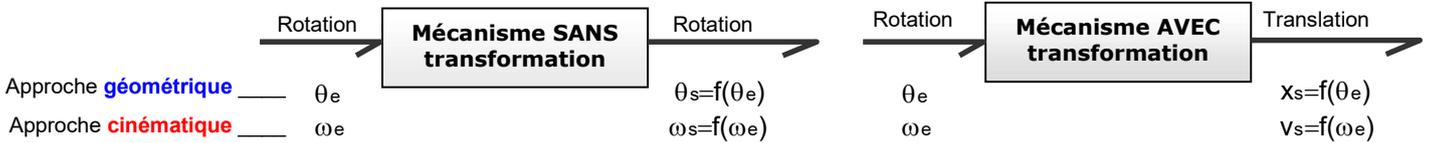




### DÉFINITION – GÉNÉRALITÉS

Une loi d'entrée / sortie est une formule exprimant une grandeur cinématique ou géométrique de sortie en fonction d'une grandeur cinématique d'entrée. Elle peut être constante ou variable.



Selon le problème posé, on utilise l'approche **géométrique** ou **cinématique**. Mais les deux sont équivalentes ; on passe de l'une à l'autre très simplement avec :

$$v = \frac{x}{t} \Leftrightarrow x = v \cdot t$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \Leftrightarrow \theta = \omega \cdot t$$

### \* Rapport de transmission

Dans le cas particulier où les mouvements d'entrée **ET** de sortie sont des **rotations**, on peut poser le rapport de transmission. Il est défini comme étant le rapport des vitesses de rotation de sortie et d'entrée.

Trois cas possibles :

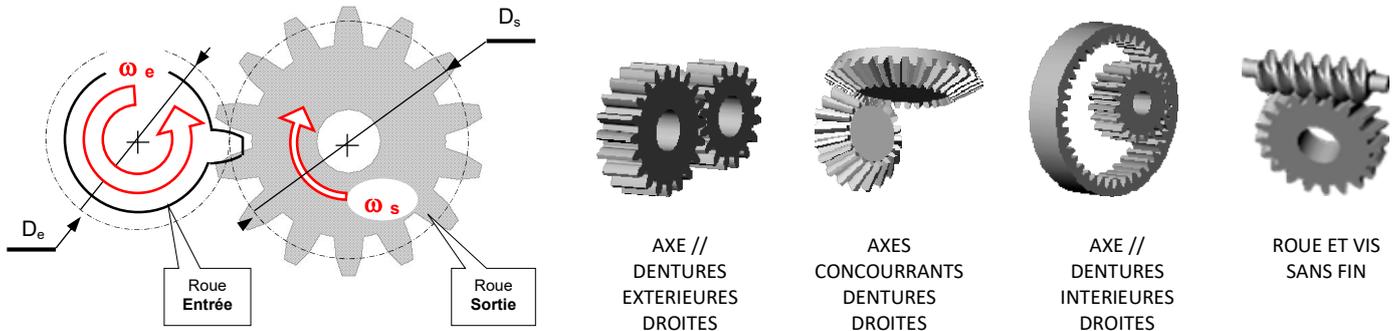
- |  $r$  | < 1 => réducteur (la vitesse de sortie est plus petite que celle d'entrée)
- |  $r$  | = 1 => conservateur (la vitesse de sortie est égale à celle d'entrée)
- |  $r$  | > 1 => multiplicateur (la vitesse de sortie est plus grande que celle d'entrée)

$$r = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{\theta_s}{\theta_e} \quad \text{car } \omega = \frac{\theta}{t}$$

Le calcul explicite du rapport de transmission dépend du mécanisme ; c'est au cas par cas (voir plus loin).

### \* Engrenage(s)

Principe d'un engrenage et quelques exemples



$$r_{es} = \pm \frac{\omega_s}{\omega_e} = \pm \frac{D_{menant}}{D_{menée}} = \pm \frac{Z_{menant}}{Z_{menée}} \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

- $r_{es}$  : Rapport de transmission roue **entrée** -> roue **sortie**
- $\omega_e$  ou  $\omega_s$  : Vitesse de rotation entrée ou sortie de roue ou vis ( $rad.s^{-1}$ )
- $D$  : Diamètre primitif de roue ou vis ( $mm$ )
- $Z$  : Nombre de dents de roue ou de filets de vis (*dents ou filets*)
- (  $\pm$  ) : - Inversion du sens de rotation sur dentures extérieures  
+ Même sens de rotation uniquement sur dentures intérieures

### Formule de willis pour les trains simples d'engrenages

Les trains simples d'engrenages se composent d'engrenages mis en série selon des constructions variables en fonction des besoins, d'encombrement, de loi entrée / sortie, de pertes énergétiques... Chaque engrenage  $i$  possède son propre rapport de transmission  $r_i$ .

$$r_{es} = \text{produit des } r_i = \pm \frac{\omega_s}{\omega_e} = (-1)^n \cdot \frac{\text{produit des } Z_{menant}}{\text{produit des } Z_{menée}} \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

- $r_{es}$  : Rapport de transmission **1<sup>ère</sup> roue entrée** -> dernière roue **sortie**
- $n$  : Nombre de contacts entre dentures extérieures

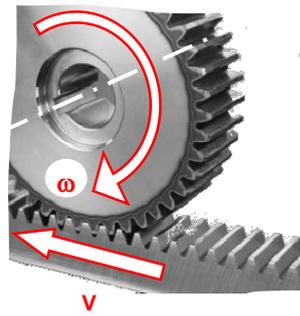
\* Pignon / crémaillère ... roue / coulisseau ... tambour / câble ... roue de friction

$$V = R \cdot \omega \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

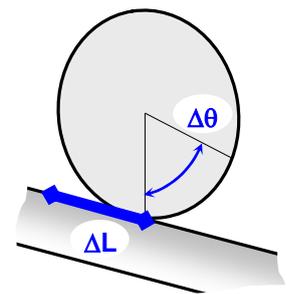
$$\Delta L = R \cdot \Delta \theta \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

- $V$ : Vitesse de translation de crémaillère ou coulisseau ( $mm.s^{-1}$ )
- $\omega$ : Vitesse de rotation de roue dentée ou non ( $rad.s^{-1}$ )
- $\Delta L$ : Déplacement linéaire de crémaillère ou coulisseau ( $mm$ )
- $\Delta \theta$ : Déplacement angulaire de roue dentée ou non ( $rad$ )
- $R$ : Rayon de roue (primitif si pignon dentée) ( $mm$ )

 Pour une roue lisse, la loi n'est vraie que si l'on considère qu'il n'y a pas de glissement entre les deux solides.



Pignon / crémaillère



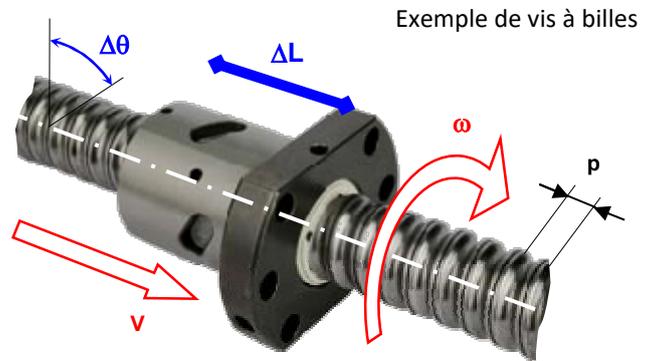
Roue / coulisseau

\* Vis / écrou

$$V = Z \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot \omega \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

$$\Delta L = Z \cdot \frac{p}{2\pi} \cdot \Delta \theta \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

- $V$ : Vitesse de translation de l'écrou ( $mm.s^{-1}$ )
- $\omega$ : Vitesse de rotation de vis ( $rad.s^{-1}$ )
- $\Delta L$ : Déplacement linéaire de l'écrou ( $mm$ )
- $\Delta \theta$ : Déplacement angulaire de vis ( $rad$ )
- $p$ : Pas d'hélice de la vis ( $mm / tour$ )
- $Z$ : Nombre de filets de la vis (*filets*) (On le détermine en regardant le nombre de départ de filet en étant face au bout de la vis).



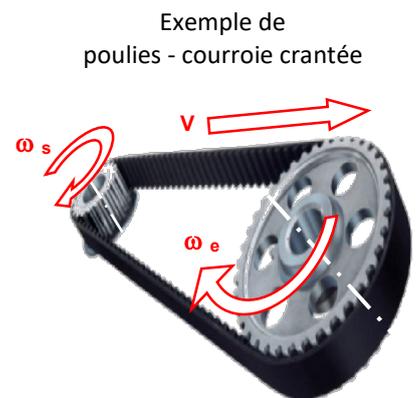
Exemple de vis à billes

\* Poulies / courroie ... roues / chaîne

$$r_{es} = \pm \frac{\omega_s}{\omega_e} (1-g) = \pm \frac{D_{menant}}{D_{menée}} (1-g) = \pm \frac{Z_{menant}}{Z_{menée}} (1-g) \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

$$V = \frac{D}{2} \cdot \omega \cdot (1-g) \quad (\text{LOI CONSTANTE})$$

- $r_{es}$ : Rapport de transmission poulie ou pignon entrée -> poulie ou pignon sortie
- $\omega_e$  ou  $\omega_s$ : Vitesse de rotation entrée ou sortie de poulie ou pignon ( $rad.s^{-1}$ )
- $D$ : Diamètre primitif de poulie ou pignon ( $mm$ )
- $Z$ : Nombre de crans ou dents de poulie crantée ou pignon (*crans ou dents*)
- ( ± ): - Inversion du sens de rotation si la courroie est croisée  
+ Même sens de rotation si la courroie n'est pas croisée
- $V$ : Vitesse linéaire du brin droit de la courroie ( $mm.s^{-1}$ )
- $g$ : Glissement dans la transmission par courroie (= 0,04 environ sur courroie lisse ; = 0 sur courroie crantée ou sur chaîne)



Exemple de poulies - courroie crantée

 Ne sont pas traitées dans cette fiche les lois E/S variables comme celles concernant les systèmes BIELLE / MANIVELLE, ou bien des lois complètement liées à des constructions particulières comme celles des TRAINS EPICYCLOÏDAUX ou des CROIX DE MALTE...